

10 класс

Задача 1.

На внутренней поверхности вращающейся конической воронки с углом раствора 120° на расстоянии 50 см от оси вращения находится маленький брусок, покоящийся относительно воронки начинает очень медленно уменьшаться. Какова будет угловая скорость воронки к моменту, когда брусок соскользнет к её вершине? Коэффициент трения бруска о поверхность воронки составляет 0,4. Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на брусок.

Решение

Брусок соскользнёт тогда, когда сила трения покоя бруска о поверхность воронки достигнет своего максимального значения: $F = \mu N$. Второй закон Ньютона в проекции на оси Ox и Oy имеет вид:

$$ma = N \cos \frac{\alpha}{2} - F \sin \frac{\alpha}{2}.$$

$$F \cos \frac{\alpha}{2} + N \sin \frac{\alpha}{2} = mg.$$

Или с учётом записанной выше формулы для силы трения:

$$ma = N \left(\cos \frac{\alpha}{2} - \mu \sin \frac{\alpha}{2} \right).$$

$$mg = N \left(\mu \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2} \right).$$

Разделив эти уравнения почленно, получим:

$$\frac{a}{g} = \frac{\cos \frac{\alpha}{2} - \mu \sin \frac{\alpha}{2}}{\mu \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}}.$$

Воспользовавшись формулой для центростремительного ускорения $a = \omega^2 r$, получим окончательную формулу для угловой скорости:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r} \cdot \frac{\cos \frac{\alpha}{2} - \mu \sin \frac{\alpha}{2}}{\mu \cos \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\alpha}{2}}}.$$

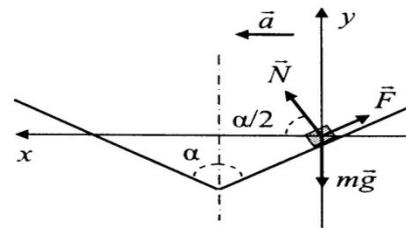
Полученный результат можно преобразовать (необязательно) к несколько более компактному виду, используя известное тригонометрическое соотношение $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$:

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{r} \cdot \frac{1 - \mu \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{\mu + \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}}.$$

Подставляя численные значения, получим:

$$\omega \approx 1,7 \text{ рад/с}.$$

Ответ: $\omega \approx 1,7 \text{ рад/с}$



Критерии оценивания

Анализ состояние соскальзывания во время движения

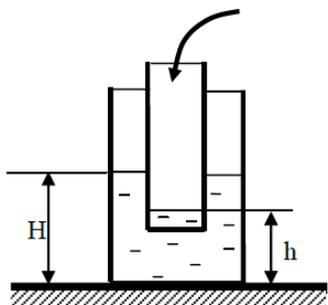
2

Выражения второго закона Ньютона 1

Выражение для угловой скорости 1

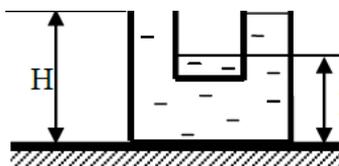
Численный ответ.....1

Задача 2.



В баке с водой плавает тонкостенный стакан. В стакан аккуратно наливают воду со скоростью $3 \text{ см}^3 / \text{минуту}$. С какой скоростью изменяется уровень воды в меньшем стакане h ? Что можно сказать об уровне воды H в баке? Площади сечения, массы бака и стакана, плотность воды и т.п. считать известными.

Решение:



Сила давления жидкости на дно бака, равная $gH \cdot S_B$, уравнивает силу тяжести, действующую на все тела в баке, т.е. на стакан и воду в баке и стакане. Здесь - плотность воды, S_B – площадь дна бака.

Сила тяжести, действующая на воду внутри емкостей, при наливании увеличивается на $\rho \cdot Vg$ каждую минуту, что будет приводить к постоянному подъему уровня воды в баке. Сила давления на дно за время Δt изменится на $\rho g(H+u \cdot \Delta t) \cdot S_B - \rho gH \cdot S_B$, на столько же изменится и полный вес жидкости, т.е. $\rho g(H+u \cdot \Delta t) \cdot S_B - \rho gH \cdot S_B = \rho \cdot gV\Delta t$. Здесь u - скорость подъема уровня жидкости.

Решая уравнение, получим, что $u=V/S_B$. Далее, заметим, что разность уровней в баке и малом стакане будет постоянной, так как разница давлений воды по обе стороны дна стакана уравнивает силу тяжести, действующей на стакан: $\rho g(H-h) \cdot S_c = M_c g$. Здесь S_c – площадь дна стакана (толщиной стенки пренебрегаем), M_c – масса стакана. Отсюда следует, что уровень воды в стакане изменяется с той же скоростью u . Скорость движения самого стакана направлена вниз и равна по величине $V(S_B - S_c)/(S_B S_c)$.

Ответ: $u=V/S_B$.

Критерии оценивания

Идея решения задачи 1

Определения силы давления на дно 2

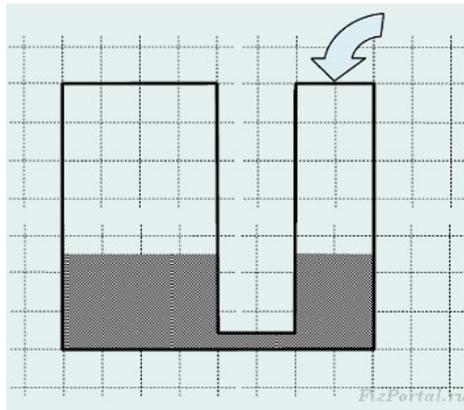
Составление и решение уравнения 1

Определение скорости движения стакана 1

Задача 3.

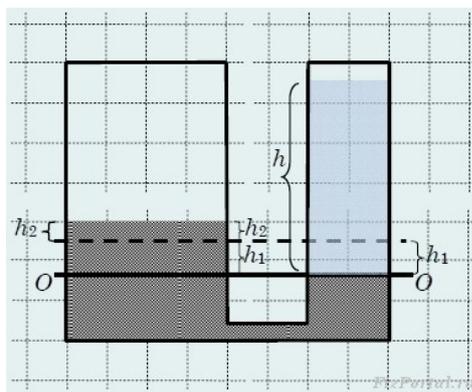
Первоначально в сообщающихся сосудах находится ртуть (см. рисунок). После того как в узкий сосуд наливают столб воды высотой 68 см ртуть поднимается в широком сосуде на ... мм? Плотность ртути равна $13,6 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$, плотность воды $1,0 \times 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1) 1; 2) 10; 3) 100; 4) 25; 5) 5.



Решение.

После наливания воды в узкий сосуд, часть ртути перетечет в широкий сосуд и давление производимое водой в узком сосуде будет равно давлению производимому ртутью в правом сосуде на уровне OO .



$$\rho_{\epsilon} g h_{\epsilon} = \rho_p g (h_1 + h_2). \quad (1)$$

Высота ртути над уровнем **ОО** равна сумме высоты **h₁** – опускания ртути в узком сосуде относительно первоначальной границы равновесия и **h₂** – высоты поднимания ртути в широком сосуде относительно первоначальной границы равновесия (на рисунке обозначена штриховой линией).

Так как у нас сообщающиеся сосуды с разным поперечным сечением, то высота **h₁** не будет равна высоте **h₂**. В таких случаях для связывания высот приравнивают объемы жидкости: сколько вытекло столько и втекло, в силу несжимаемости и неразрывности жидкости.

$$\begin{aligned} V_1 &= V_2, \\ sh_1 &= Sh_2, \\ \frac{\pi d^2}{4} h_1 &= \frac{\pi D^2}{4} h_2, \end{aligned}$$

откуда

$$h_1 = \left(\frac{D}{d} \right)^2 h_2.$$

Подставим в (1)

$$\rho_{\epsilon} g h_{\epsilon} = \rho_p g \left(\left(\frac{D}{d} \right)^2 h_2 + h_2 \right).$$

Выразим искомую высоту

$$h_2 = \frac{\rho_{\epsilon} h_{\epsilon}}{\rho_p \left(\left(\frac{D}{d} \right)^2 + 1 \right)}.$$

Обратите внимание на тот факт, что отношение диаметров сосудов мы определяем по рисунку, по клеточкам: **D/d = 2**.

Подставим численные значения

$$h_2 = \frac{1 \times 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \times 0,68 \text{ м}}{13,6 \times 10^3 \frac{\text{КГ}}{\text{М}^3} \left(\left(\frac{4}{2} \right)^2 + 1 \right)} = 0,01 \text{ м}.$$

После того как в узкий сосуд наливают столб воды высотой **68 см** ртуть поднимается в широком сосуде на **10 мм**. Выбираем правильный ответ

Ответ: 10 мм

Критерии оценивания

Идея решения задачи 1

Составление и решение уравнения 2

Определение высоты столба жидкости во втором сосуде 1

Задача 4.

А	В	В	С	А	С
<input type="checkbox"/>					
t_A	t_B	t_B	t_C	t_1	t_C
	t_1		t_2		$t-?$

Если тело А с температурой $t_A = 10^\circ \text{C}$ привести в контакт с телом В с температурой $t_B = 25^\circ \text{C}$, то при тепловом равновесии устанавливается температура $t_1 = 20^\circ \text{C}$. Если третье тело С с температурой $t_C = 30^\circ \text{C}$ привести в контакт с телом В с температурой t_B , то устанавливается температура $t_2 = 28^\circ \text{C}$. Какая температура установится при контакте тела А с температурой $t_1 = 20^\circ \text{C}$ и тела С с температурой t_C ?
Потерями тепла пренебречь.

Решение.

Из уравнений теплового баланса (C_A, C_B, C_C – теплоемкости тел) имеем:

$C_A(t_1 - t_A) = C_B(t_B - t_1)$ и $C_B(t_2 - t_B) = C_C(t_C - t_2)$, откуда $C_B = 2C_A$; $C_C = (3/2) C_B =$

$3C_A$. Искомая температура находится из соответствующего уравнения

теплового баланса $C_A(t - t_1) = C_C(t_C - t)$, откуда $t = (C_A t_1 + C_C t_C) / (C_A + C_C) =$

$27,5^\circ \text{C}$.

Критерии оценивания

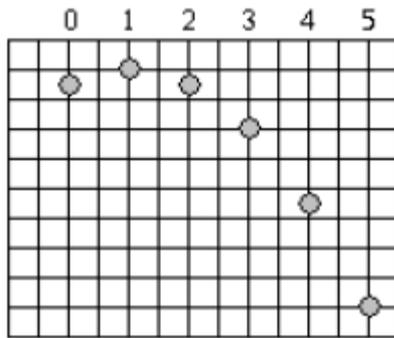
Уравнения теплового баланса 1

Связь теплоемкостей 2

Уравнение теплового баланса 1

Численный ответ.....1

Задача 5.



На фоне квадратной решетки приведены шесть положений летящего шарика, зафиксированные через равные интервалы времени. Определите по приведенному рисунку во сколько раз наибольшая кинетическая энергия шарика больше наименьшей.

Решение

Наименьшая скорость, а значит и энергия в высшей точке 1. Эта точка высшая ибо находится посередине между точками равной высоты 0 и 2 (из симметрии траектории). Тогда $E_{\min} = mv_x^2/2$; наибольшая энергия в низшей точке 5, где $E_{\max} = mv_x^2/2 + mv_y^2/2$. Таким образом $E_{\max}/E_{\min} = 1 + v_y^2/v_x^2$. Из кинематики $v_x = L/t$; $v_y = gt$, а $H = gt^2/2$, так что $v_y = 2H/t$. Отсюда $v_y^2/v_x^2 = 4H^2/L^2$, а $E_{\max}/E_{\min} = 1 + 4H^2/L^2 = 5$.

Ответ: 5

Критерии оценивания

Идея решения задачи 1

Определение E_{\min} и E_{\max} 2

Определение E_{\max}/E_{\min} 2